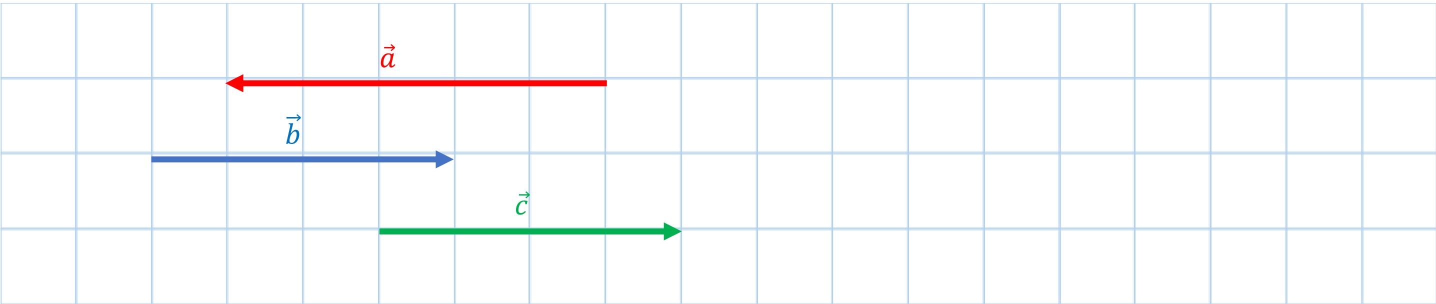
1. Construction de vecteurs.

1.1. Avec quadrillage

Exercice 1

Construire le vecteur demandé dans la base $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$:



1. $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

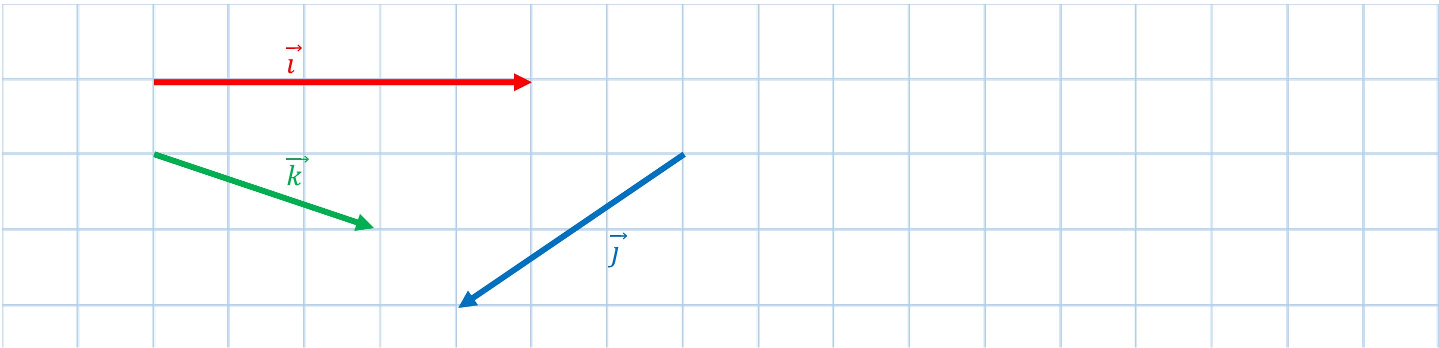
2. $\vec{w} = \vec{b} - \vec{c} + \vec{a}$

3. $\vec{z} = \vec{a} - (\vec{b} + \vec{c})$

4. $\vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{c}$

5. Le vecteur $\vec{x}$ tel que $\vec{x} + \vec{a} = \vec{b}$

Construire le vecteur demandé dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$:



1. $\vec{v} = \vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k}$

2. $\vec{w} = \vec{\jmath} - \vec{k} + \vec{\imath}$

3. $\vec{z} = \vec{\imath} - (\vec{\jmath} + \vec{k})$

4. $\vec{v} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath} - \frac{3}{2}\vec{k}$

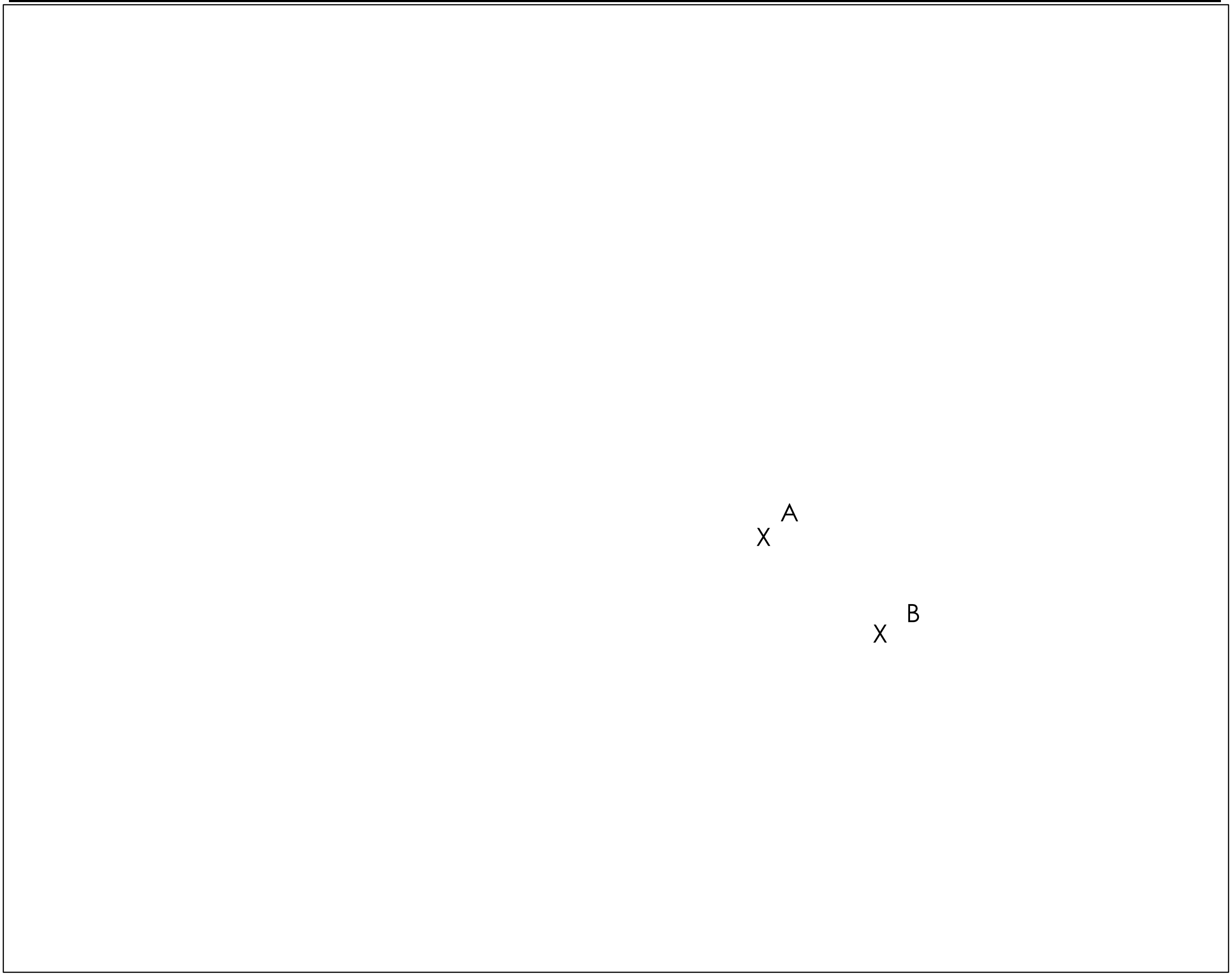
5. Le vecteur $\vec{x}$ tel que $\vec{x} + \vec{\imath} = \vec{\jmath}$

1.2. Sans quadrillage

Exercice 2

Représenter sur la feuille suivante les points P_i pour lesquels les égalités vectorielles ci-dessous sont vérifiés :

1. $\overrightarrow{AP_1} = -3\overrightarrow{AB}$
2. $\overrightarrow{P_2A} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
3. $\overrightarrow{AP_3} = -2\overrightarrow{P_3B}$
4. $\overrightarrow{P_4A} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{P_4B}$



Exercice 3

Soit A, B, C, D et E des points quelconques de l'espace. En utilisant la règle de Chasles, simplifier le plus possible les expressions suivantes :

1. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$
2. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EB}$
3. $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}$
4. $\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$

Exercice 4

Sur la feuille suivante, représenter un carré *OABC* de côté égal à 4 cm, puis construire les points E, F, G et H tels que :

1. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$
2. $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OC}$
3. $\overrightarrow{CG} = 2\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BO}$
4. $\overrightarrow{\mathrm{OH}} = -\sqrt{2}\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$

2. Géométrie analytique : Repère et coordonnées

Exercice 5

Soit les points A et B du plan tels que $A = \binom{3}{2}$ et $B = \binom{5}{9}$. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.

Exercice 6

Calculer $\overrightarrow{AB}$ lorsque :

- $A = \binom{3}{-3}$ et $B = \binom{0}{5}$
- $A = \binom{8}{1}$ et $B = \binom{-1}{5}$
- $A = \binom{-4}{0}$ et $B = \binom{-2}{6}$
- $A = \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 4 \\ -\frac{1}{4} \\ -1 \end{pmatrix}$
- $A = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\mathrm{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $A = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -9 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \\ -9 \end{pmatrix}$

Exercice 7

On a B $\binom{1}{5}$ et $\overrightarrow{AB}$ $\binom{2}{-3}$.

Retrouver les coordonnées de A.

Exercice 8

Calculer les composantes ou les coordonnées manquantes :

$A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}, B\begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}?\\?\end{pmatrix}$

$A\begin{pmatrix}?\\?\end{pmatrix}, B\begin{pmatrix}7\\-9\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}$

$A\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}, B\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}?\\?\end{pmatrix}$

$A\begin{pmatrix}4\\-9\end{pmatrix}, B\begin{pmatrix}?\\?\end{pmatrix}, C\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

$A\begin{pmatrix}2\\-7\end{pmatrix}, B\begin{pmatrix}?\\?\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

$A\begin{pmatrix}?\\?\end{pmatrix}, B\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}, R\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AR} - 5\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$

Exercice 9

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal direct $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$. On considère les points A $\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}$, B $\begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix}$ et C $\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$.

Déterminer les coordonnées des points M vérifiant les relations suivantes :

1. $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{\mathrm{BM}}+\overrightarrow{\mathrm{CM}}=\vec{0}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{\mathrm{BM}}+\overrightarrow{\mathrm{CM}}=\vec{0}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{\mathrm{BM}}-\overrightarrow{\mathrm{CM}}=\vec{0}$

3. Produit scalaire

Exercice 10

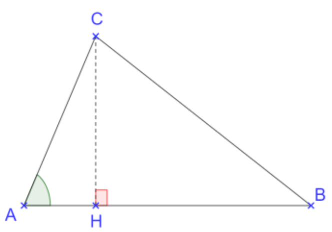
ABC est un triangle équilatéral de côté 4 cm. I est le milieu de $[BC]$. Calculer les produits scalaires suivants :

1. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ 2. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AI}$ 3. $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{BI}$

Exercice 11

Produit scalaire dans un triangle.
Dans le triangle ABC ci-contre, H est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB).
On donne de plus $AC = 2, AB = 4$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$

Schéma de l'exercice



a) Calculer AH.
b) Déterminer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}$
c) Que remarque-t-on ?

Exercice 12

Avec les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ suivants, calculer le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$ dans l'espace muni d'un repère orthonormal direct :

1. $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Exercice 13

Dans l'espace muni d'un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ orthogonal direct, on a les points :

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad B \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad C \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Déterminer l'angle $\widehat{ABC}$
b) Déterminer l'angle $\widehat{ACB}$
c) Expliquer comment on peut très simplement calculer l'angle $\widehat{BAC}$

4. Produit vectoriel

Exercice 14

Avec les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ suivants, calculer le produit vectoriel $\vec{u} \wedge \vec{v}$ dans l'espace muni d'un repère orthonormal direct :

1. $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Exercice 15

L'espace orienté est muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. On considère les points $A\begin{pmatrix}4\\0\\0\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}0\\3\\0\end{pmatrix}$, $C\begin{pmatrix}0\\0\\4\end{pmatrix}$ et $D\begin{pmatrix}-2\\-2\\0\end{pmatrix}$.

a) Représenter ces points dans un repère orthonormal direct mis en perspective.
b) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}$.
c) En déduire l'aire du triangle ABD.